



Unidad 9.5: Resolver problemas de área, perímetro y volumen
Matemáticas
4 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)

Resumen de la Unidad:

En esta unidad el estudiante calcula y justifica el volumen y el área de las superficies de prismas, pirámides, cilindros, conos y esferas. El estudiante deduce y resuelve problemas de circunferencia, área, volumen, área lateral y área de superficies de figuras geométricas comunes. También calcula los volúmenes y el área de las superficies de prismas, pirámides, cilindros, conos, y esferas; y el estudiante entiende las relaciones entre las fórmulas para primas, pirámides y cilindros. El estudiante determina cómo los cambios en las dimensiones afectan el perímetro, área y volumen de figuras geométricas más comunes y los sólidos.

Preguntas Esenciales (PE) y Comprensión Duradera (CD)

PE1 ¿Por qué es importante el contexto de resolver problemas de perímetro, área y volumen?

CD1 Las figuras pueden tener los mismos perímetros pero diferentes áreas.

PE2 ¿Cómo resolvemos problemas de área y volumen?

CD2 Hay una relación entre las fórmulas para el área y el volumen de las figuras.

PE3 ¿Por qué funcionan las fórmulas?

CD3 Las fórmulas representan relaciones matemáticas entre objetos matemáticos que se mantienen fieles en el contexto de la relación.

Objetivos de Transferencia (T) y Adquisición (A)

T1. El estudiante será capaz de transferir su entendimiento de dos dimensiones y tres dimensiones de área de superficies, circunferencia y volumen a contextos de la vida real.

El estudiante adquiere destrezas para...

A1. Explicar las fórmulas de volumen y su uso para resolver problemas.

A2. Justificar y aplicar las fórmulas de medidas (perímetro, circunferencia, área, volumen) de figuras bidimensionales y tridimensionales a fórmulas y propiedades relacionadas a las medidas de los ángulos y los arcos.

A3. Justificar y aplicar las fórmulas de medidas asociadas con las figuras bidimensionales y tridimensionales que modelan objetos en la vida diaria. (e.g., modelar el tronco de un árbol o el torso humano como un cilindro).

Los Estándares de Puerto Rico (PRCS)

Estándar de Numeración y Operación

9.N.1.1 Usa las propiedades para entender y resolver problemas de varios pasos; escoge e interpreta unidades en fórmulas de manera consistente; escoge e interpreta la escala y el origen en gráficas y al representar de datos.



Unidad 9.5: Resolver problemas de área, perímetro y volumen
Matemáticas
4 semanas de instrucción

Estándar de Geometría	
(+) 9.G.12.1	Usa el principio de Cavalieri, presenta un argumento informal para las fórmulas de volumen de una esfera y de otras figuras sólidas.
Estándar de Medición	
9.M.13.1	Presenta un argumento informal para las fórmulas de la circunferencia de un círculo, área de un círculo, volumen de un cilindro, pirámide y cono. Usa argumentos de disección, el principio de Cavalieri y argumentos informales sobre límites.
9.M.13.2	Resuelve problemas usando las fórmulas de cilindros, pirámides, conos y esferas.
9.M.13.3	Identifica las figuras de las secciones transversales bidimensionales de objetos tridimensionales, e identifica objetos tridimensionales generados por la rotación de objetos bidimensionales.
(+) 9.M.14.1	Usa figuras geométricas, sus medidas y sus propiedades para describir objetos (ej., hacer un modelo cilíndrico del tronco de un árbol o de un torso humano).
Procesos y Competencias Fundamentales de Matemáticas (PM)	
PM1	Comprende problemas a medida que desarrolla su capacidad para resolverlos con confianza.
PM2	Razona de manera concreta y semiconcreta, hasta alcanzar la abstracción cuantitativa.
PM3	Construye y defiende argumentos viables, así como comprende y critica los argumentos y el razonamiento de otros.
PM4	Utiliza las matemáticas para resolver problemas cotidianos.
PM5	Utiliza las herramientas apropiadas y necesarias (incluye la tecnología) para resolver problemas en diferentes contextos.
PM6	Es preciso en su propio razonamiento y en discusiones con otros.
PM7	Discierne y usa patrones o estructuras.
PM8	Identifica y expresa regularidad en los razonamientos repetidos.



Unidad 9.5: Resolver problemas de área, perímetro y volumen
Matemáticas
4 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados deseados)			ETAPA 2 (Evidencia)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido (El estudiante comprenderá...)	Dominio y Destrezas (El estudiante podrá ...)	Tarea de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
<p>PRCS: 9.M.13.1</p> <p>PM: PM1 PM2 PM3 PM4 PM5 PM6 PM7 PM8</p> <p>PE/CD: PE1/CD1 PE2/CD2</p> <p>T/A: T1/A1 T3/A3</p>	<ul style="list-style-type: none"> Argumentos para justificar fórmulas. Como usar argumentos disectivos, el principio de Cavalieri y argumentos informales y limitados de fórmulas. Como argumentar informalmente las fórmulas para la circunferencia de un círculo, área de un círculo, volumen de un cilindro, pirámide y cono. 	<p>Técnicas de medición</p> <ul style="list-style-type: none"> Establecer y justificar la relación entre la fórmula de circunferencia y área de un círculo. Investigar, justificar y argumentar informalmente la relación que existe entre las fórmulas de área y volumen de figuras bidimensionales y tridimensionales. Utilizar distintos argumentos relacionados con fórmulas. Identificar las figuras de las secciones transversales bidimensionales de objetos tridimensionales. Identifica objetos 	<p><i>Para obtener descripciones completas, favor de ver la sección 'Tareas de desempeño' al final de este mapa.</i></p> <p>Comparando volúmenes</p> <ul style="list-style-type: none"> Haz un afiche comparando el volumen de una esfera, un cilindro y un cono. Asegúrate de dibujar un diagrama preciso de cada figura y como los volúmenes de las tres figuras se superponen incluyendo como el volumen del cilindro y el cono se construye del volumen de la esfera, y como el volumen del cilindro y del cono están relacionados. <p>Un día en la playa</p> <ul style="list-style-type: none"> En esta actividad los 	<p>Preguntas de ejemplo para tarea o prueba corta Justifica la fórmula para calcular el volumen de un cilindro. Muestra tu trabajo.</p> <p>Diario de matemáticas (ejemplos rápidos)</p> <ul style="list-style-type: none"> Justifica la fórmula de área de un cuadrilátero. ¿Es un círculo un polígono? ¿Por qué si o por qué no? <p>Papelito de entrada (ejemplos rápidos) Use la información para orientar la clase del día.</p> <ul style="list-style-type: none"> Explica una idea que recuerdes de la clase anterior. Nombra una idea que no comprendiste de la tarea para hoy. Explica que fue difícil (o fácil) de la tarea asignada para hoy. <p>Papelito de salida (ejemplos rápidos)</p> <ul style="list-style-type: none"> En la clase de hoy aprendí _____. Hoy estuve confundido con _____. 	<p><i>Para obtener descripciones completas, ver las secciones "Actividades de aprendizaje" y "Ejemplos para planes de la lección" al final de este mapa.</i></p> <p>Organizador gráfico de fórmula plegable</p> <ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes practican fórmulas y el uso como referencia/apuntes para crear unos organizadores gráficos. <p>Ejemplo 1 para planes de la lección: Símil de ángulos</p> <ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes escribirán un símil (una comparación creativa) sobre las relaciones angulares que les ayude a recordar el término y sus propiedades. (ver abajo)

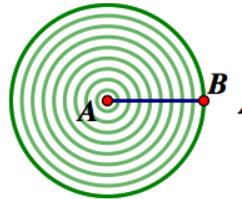


Unidad 9.5: Resolver problemas de área, perímetro y volumen
Matemáticas
4 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados deseados)			ETAPA 2 (Evidencia)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido <i>(El estudiante comprenderá...)</i>	Dominio y Destrezas <i>(El estudiante podrá ...)</i>	Tarea de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
		tridimensionales generados por la rotación de objetos bidimensionales.	estudiantes pretenden que están construyendo castillos de arena en la playa y calculan cuanta arena cabe en la cubeta, el molde de la pirámide y una lata de sopa vacía. (ver abajo)		
Vocabulario de Contenido:					
<ul style="list-style-type: none"> • Justificar • Argumento • Argumentos disectivos • Principio de Cavalieri • Argumentos limitados e informales • Circunferencia • Área • Volumen 					



Unidad 9.5: Resolver problemas de área, perímetro y volumen
Matemáticas
4 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados deseados)			ETAPA 2 (Evidencia)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido (El estudiante comprenderá...)	Dominio y Destrezas (El estudiante podrá ...)	Tarea de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
<p>PRCS: 9.M.13.1 (+)9.G.12.1</p> <p>PM: PM1 PM2 PM3 PM4 PM5 PM6 PM7 PM8</p> <p>PE/CD: PE1/CD1 PE2/CD2 PE3/CD3</p> <p>T/A: T1/A1/A2/A3</p>	<ul style="list-style-type: none"> Como sintetizar el principio de Cavalieri para dar un argumento informal para las fórmulas del volumen de una esfera. Como analizar argumentos disectivos, el principio de Cavalieri, y argumentos limitados e informales de fórmulas. Como defender las fórmulas para la circunferencia de un círculo, el área de un círculo, el volumen de un cilindro, pirámide y cono. 	<p>Técnicas de medición</p> <ul style="list-style-type: none"> Aplicar el principio volumen = área de la base x altura para relacionar las fórmulas de área y volumen de prismas y cilindros. Usar redes para ilustrar y explicar medidas relevantes del área de superficie. Analizar diferentes argumentos relacionados con fórmulas. Explicar las fórmulas de volumen y su uso para resolver problemas. Identificar en figuras de las 	<p>A medir nuestro salón de clase</p> <ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes demostrarán su comprensión de cómo medir el perímetro, área de superficie y volumen usando objetos compuestos en el salón de clase. (ver abajo) <p>Tanques de propano</p> <ul style="list-style-type: none"> En esta tarea de desempeño los estudiantes usarán su conocimiento sobre el volumen y lo aplicarán para obtener conocimiento de lo que pasa, cuando cambian las dimensiones o el volumen total. (ver abajo) 	<p>Preguntas de ejemplo para tarea o prueba corta</p> <ul style="list-style-type: none"> Ilustra cómo podemos medir el área del círculo de abajo al transformarlo en un triángulo con una altura AB.  <ul style="list-style-type: none"> Dibuja una imagen de dos edificios diferentes con volúmenes idénticos. Explicar cómo sabes que tienen volúmenes idénticos utilizando el principio de Cavalieri. <p>Diario de matemáticas (ejemplos rápidos)</p> <ul style="list-style-type: none"> Al usar el principio Cavalieri para el 	<p>Doblando Cavalieri</p> <ul style="list-style-type: none"> Para esta lección los estudiantes necesitan acceso a una computadora para ver la lectura y las preguntas sobre Cavalieri. (ver abajo) <p>Cavalieri</p> <ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes crearán un manipulador al doblar tres pirámides en un cubo. (ver abajo) <p>Ejemplo 2 para planes de la lección: Examinar el volumen usando el principio de Cavalieri</p> <ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes harán una conjetura sobre la relación entre el volumen de un prisma/cilindro recto y el volumen de un prisma/cilindro oblicuo correspondiente por medio de manipuladores. (ver abajo)



Unidad 9.5: Resolver problemas de área, perímetro y volumen
Matemáticas
4 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados deseados)			ETAPA 2 (Evidencia)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido (El estudiante comprenderá...)	Dominio y Destrezas (El estudiante podrá ...)	Tarea de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
		secciones transversales bidimensionales de objetos tridimensionales, e identifica objetos tridimensionales generados por la rotación de objetos bidimensionales. • Desarrollar un argumento informal utilizando el principio de Cavalieri para la fórmula del volumen de una esfera.		volumen, ¿qué debe ser verdadero de dos figuras tridimensionales para asumir que tienen el mismo volumen? • En tus propias palabras describe qué es el principio Cavalieri y por qué es útil. <i>Papelito de entrada (ejemplos rápidos)</i> Use la información para orientar la clase del día. • Explica una idea que recuerdes de la clase anterior. • Nombra una idea que no comprendiste de la tarea para hoy. • Explica que fue difícil (o fácil) de la tarea asignada para hoy. <i>Papelito de salida (ejemplos rápidos)</i> • En la clase de hoy aprendí _____. • Hoy estuve confundido con _____.	

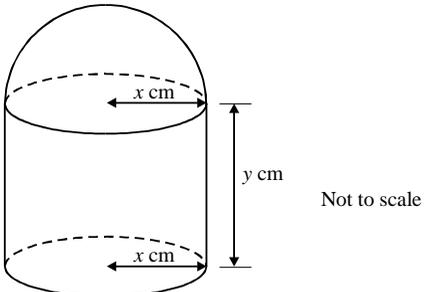


Unidad 9.5: Resolver problemas de área, perímetro y volumen
Matemáticas
4 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados deseados)			ETAPA 2 (Evidencia)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido <i>(El estudiante comprenderá...)</i>	Dominio y Destrezas <i>(El estudiante podrá ...)</i>	Tarea de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
Vocabulario de Contenido:					
<ul style="list-style-type: none">• Justificar• Argumento• Argumento disectivos• Principio de Cavalieri• Argumentos informal limitado• Circunferencia• Área• Volumen					



Unidad 9.5: Resolver problemas de área, perímetro y volumen
Matemáticas
4 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados deseados)			ETAPA 2 (Evidencia)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido (El estudiante comprenderá...)	Dominio y Destrezas (El estudiante podrá ...)	Tarea de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
<p>PRCS: 9.M.13.2 (+) 9.M.14.1</p> <p>PM: PM1 PM2 PM3 PM4 PM5 PM6 PM7 PM8</p> <p>PE/CD: PE1/CD1</p> <p>T/A: T1/A1/A3</p>	<p>Aplicaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> La resolución de problemas. Como analizar las fórmulas de volumen para resolver problemas de cilindros, pirámides y esferas. Como usar figuras geométricas, sus medidas y sus propiedades para describir objetos (ej., hacer un modelo cilíndrico del tronco de un árbol o de un torso humano). 	<p>Técnicas de medición</p> <ul style="list-style-type: none"> Identificar y escoger la fórmula o fórmulas correctas para hallar el perímetro, área o volumen dado varias figuras bidimensionales y tridimensionales. Utilizar redes para determinar el área de superficie de figuras tridimensionales. Aplicar fórmulas y resolver problemas que involucran perímetro, área, área de superficie y volumen de las pirámides, conos, esferas y figuras compuestas. 	<p>Collage de la geometría en la vida real</p> <ul style="list-style-type: none"> En esta actividad los estudiantes se hacen pasar por artistas a los cuales se les ha pedido que creen un collage de la "Geometría en la vida real." <p>Testigos expertos</p> <ul style="list-style-type: none"> En esta tarea se les dará a los estudiantes un anuncio de un viejo molino de viento que está a la venta; y hacer que determinen si el anuncio es exacto a la descripción. 	<p>Preguntas de ejemplo para tarea o prueba corta</p> <ul style="list-style-type: none"> Esta figura tridimensional está hecho de un cilindro y de un hemisferio.  <ul style="list-style-type: none"> La altura del cilindro es y cm. El radio de ambos, el cilindro y el hemisferio, es x cm. Calcula el volumen del sólido cuando $x = 6$ and $y = 8$. (Fuente: http://www.sharemylesson.com/teaching-resource/Questions-Cone-Sphere-Cylinder-6152139/) <p>Preguntas de ejemplo para tarea o prueba corta</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe cómo hallar el área de superficie de una figura. Provee dos ejemplos usando 	<p>Laboratorio de área de superficie y razón del volumen</p> <ul style="list-style-type: none"> En parejas, los estudiantes explorarán la relación entre el área de superficie y el volumen. Con plastilina, crearán prismas rectangulares, hallarán las áreas de superficie y volúmenes e identificarán patrones para descubrir las relaciones. Cada pareja necesita una bolsa de una regla y una hoja de actividades (ver anejo: "9.5 Actividad de aprendizaje – Laboratorio de área de superficie y razón del volumen"). <p>El volumen de las pirámides</p> <ul style="list-style-type: none"> En esta actividad los estudiantes trabajan en equipos para entender el área de un cubo y calcular el volumen de una pirámide. (ver abajo) <p>Ejemplo 3 para planes de la lección: Área de superficie de las pirámides y los conos.</p> <ul style="list-style-type: none"> En esta lección de indagación y experimentación, los estudiantes descubrirán las fórmulas del área de superficie de las pirámides y conos. (ver anejo: "9.3 Ejemplo para plan de lección– Área de superficie de pirámides y conos")



Unidad 9.5: Resolver problemas de área, perímetro y volumen
Matemáticas
4 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados deseados)			ETAPA 2 (Evidencia)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido <i>(El estudiante comprenderá...)</i>	Dominio y Destrezas <i>(El estudiante podrá ...)</i>	Tarea de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
Vocabulario de Contenido:					
<ul style="list-style-type: none"> • Justificar • Argumento • Argumento disectivos • Principio de Cavalieri • Argumento informal limitado • Circunferencia • Área • Volumen 					



Unidad 9.5: Resolver problemas de área, perímetro y volumen
Matemáticas
4 semanas de instrucción

ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)

Conexiones a la literatura sugeridas

- **Edwin Abbott**
 - *Planilandia*
- **Rod Clement**
 - *Counting on Fran*
- **Launa K. Mitten**
 - *Figuras Tridimensionales: Cilindros*
- **Cindy Neuschwander**
 - *Sir Cumference and the First Round Table*
- **Cindy Neuschwander**
 - *Sir Cumference and the Sword in the Cone*
- **Cindy Neuschwander**
 - *Sir Cumference and the Isle of Immeter*
- **Kjartan Postkitt**
 - *Murderous Maths – Desperate Measures: Length, Area, and Volume*



Unidad 9.5: Resolver problemas de área, perímetro y volumen
Matemáticas
4 semanas de instrucción

Recursos adicionales

- NSW Department of Education & Training: Stage 4 Area Unit: http://www.curriculumsupport.education.nsw.gov.au/secondary/mathematics/years7_10/teaching/area.htm
- NSW Department of Education & Training: Constructing a Harlequin Cube: <http://www.curriculumsupport.education.nsw.gov.au/secondary/mathematics/assets/pdf/currsupport/cubehqn.pdf>
- Juego de repaso que puede jugarse para repasar cualquier contenido: http://www.ilovemath.org/index.php?option=com_docman&task=cat_view&gid=34&Itemid=31
- Recursos en línea de evaluación para el maestro: <http://www.uwstout.edu/soe/profdev/assess.cfm>
- *Geometry for Every Kid*, de Janice VanCleave. Incluye actividades rápidas y prácticas que ayudan a los estudiantes a consolidar los conceptos geométricos. Requieren materiales escasos y fáciles de encontrar: <http://www.amazon.com/Janice-VanCleave-Geometry-Every-Kid/dp/0471311413>
- <http://profjserrano.wordpress.com/>
- http://education.ti.com/downloads/guidebooks/graphing/84p/TI84Plus_guidebook_ES.pdf
- <http://isa.umh.es/calc/TI/TI83/TI83manual-spa.pdf>

Unidad 9.5: Resolver problemas de área, perímetro y volumen

Matemáticas

4 semanas de instrucción

Tarea de desempeño

Nota: Utilice los documentos: 1) estrategias de educación diferenciada para estudiantes del Programa de Educación Especial o Rehabilitación Vocacional y 2) estrategias de educación diferenciada para estudiantes del Programa de Limitaciones Lingüísticas en Español e inmigrantes (Titulo III) para adaptar las actividades, tareas de desempeño y otras evidencias para los estudiantes de estos subgrupos.

Un día en la playa

- Los estudiantes deben pretender que están construyendo un castillo de arena en la playa para calcular la cantidad de arena cabe en la cubeta, en el molde de una pirámide, y en una lata de sopa vacía. Para construir el castillo, se les dará una cubeta que tiene una base con una circunferencia de 6π pulgadas, 10 pulgadas de altura y tiene una apertura en la cima que es el doble del diámetro de la base. También tendrán un molde de plástico de una pirámide que tiene una base cuadrada con un borde que mide 4 pulgadas y 5 pulgadas de alto y Además una lata de sopa vacía con un diámetro de 3.25 pulgadas y 4.5 pulgadas de altura.
- Por cada pregunta, los estudiantes deben incluir unidades de medidas correctas y redondear sus respuestas a la milésima. Los estudiantes deben Referirse a la rúbrica general para una tarea completada exitosamente para asegurarse de recibir la calificación completa.
 - Dibuja y etiqueta los diagramas que representa la lata y la pirámide. Calcula cuánta arena necesitas para llenar cada objeto.
 - Dibuja y etiqueta los diagramas que podrían representar la cubeta. Calcula cuánta arena necesitas para llenar la cubeta.
 - ¿Cuál de los objetos llenarían la cubeta más rápidamente: la pirámide o la lata? Justifica tu respuesta e incluye tu razonamiento algebraico.
 - Tus amigos están aburridos de construir castillos de arena y deciden jugar con una pelota de playa que encontraron en el carro. El paquete dice que tiene un diámetro de 20 pulgadas. Mientras juegan con la pelota, se suelta el tapón y se desinfla un cuarto. ¿Cuánto aire le queda a la pelota?

(Fuente: http://schools.nyc.gov/NR/rdonlyres/C03D80B2-9213-43A9-AAA3-BB0032C62F4F/139657/NYCDOE_G10_ADayattheBeach_FINAL1.pdf)

A medir nuestro salón de clase

- Los estudiantes demostrarán su comprensión de cómo medir el perímetro, área de superficie y volumen usando objetos compuestos en el salón de clase.
 1. Escoge una figura bidimensional en el salón de clase.
 - a. Dibuja el objeto e incluye sus medidas.
 - b. Describe cómo hallar el perímetro y el área de superficie de tu figura.
 - c. Calcula el perímetro y el área de superficie de tu figura.
 - d. Muestra los cálculos e identifica las unidades de medida.
 2. Elige una figura tridimensional compuesta en el salón de clases.
 - a. Dibuja el objeto e incluye sus medidas.
 - b. Describe cómo hallar el área de superficie y volumen de tu figura.
 - c. Calcula el área de superficie y volumen de tu figura.
 - d. Muestra los cálculos e identifica las unidades de medida.
- Para evaluar a los estudiantes, ver anejo: “Organizador– Rúbrica de tarea de desempeño.”



Unidad 9.5: Resolver problemas de área, perímetro y volumen

Matemáticas

4 semanas de instrucción

Tanques de propano

- En esta tarea de desempeño de múltiples lecciones los estudiantes usarán su conocimiento sobre volúmenes de figuras tridimensionales en conos, cilindros, pirámides y esferas las cuales aplicarán de una manera más enfocada en cilindros tratando de obtener conocimiento de lo que pasa cuando cambian las dimensiones o el volumen total.
- El volumen de figuras tridimensionales- los estudiantes practicarán la búsqueda del volumen de conos, cilindros, esferas y pirámides a través de practica en línea tal como IXL/ "Study Island review". Los estudiantes harán esto independientemente, y harán preguntas si es necesario para repasar los conceptos vistos en la unidad anterior.
- Comparación de paquetes – Se les dará a los estudiantes dos contenedores en las figuras que se han estudiado para poder hacer algunas comparaciones de los volúmenes. Se les hará una serie de preguntas sobre sus hallazgos del volumen de los contenedores y la eficiencia de ellas. Presentarán sus hallazgos a la clase y defenderán sus decisiones.
- Diseño de Nuevo empaque – después de comparar los volúmenes, se les dará a los estudiantes la tarea de diseñar un nuevo contenedor para la compañía que satisfaga los criterios necesarios para el producto. Los estudiantes tendrán que presentar su diseño para su aprobación antes de comenzar la construcción y defender su razonamiento sobre los contenedores en grupo. Se les dará tiempo para construir el contenedor y después presentar el producto final a la clase, dar información sobre el por qué lo construyeron de esa manera y cómo satisface las necesidades de la compañía.
- Volumen doble – el siguiente paso, se les retará a que decidan qué necesita pasarle al contenedor más pequeño de los originales (que les dio la compañía) si la compañía quiere doblar el volumen de dicho contenedor. Durante esta actividad, se discutirá en clase que pasaría si las dimensiones individuales de la figura son dobladas, etc. Organizaremos nuestros hallazgos en notas para la clase, para que todos puedan usarlas mientras toman decisiones para la próxima parte de la tarea. Trabajarán con sus grupos para decidir qué cambios hay que hacerle a las dimensiones de manera que facilite la necesidad de la compañía. Presentarán sus hallazgos y defenderán su decisión en clase.
- Practicar el cambio de dimensión – Se les dará a los estudiantes problemas de la vida real para practicar lo que le ocurre a los objetos tridimensionales cuando las dimensiones son dobladas, triplicadas, etc., de manera que pueda aumentar su entendimiento fundamental de cómo el volumen es afectado por los cambios que ocurren. Pueden trabajar en parejas para esto.

(Fuente: <http://melt-institute-resources.wikispaces.com/file/view/Propane%20Tank%20Lesson%20-%20J%20Borland.docx/449319732/Propane%20Tank%20Lesson%20-%20J%20Borland.docx>.)

Collage de la geometría en la vida real

- Los estudiantes se hacen pasar por artistas a los cuales se les ha pedido que creen un collage de la "Geometría en el mundo real". Deberán crear un collage con ejemplos del mundo real de los conceptos geométricos de la medición, los polígonos y los círculos. Debe estar representada cada una de las palabras de vocabulario: área, área de superficie, ángulos suplementarios, arco, ángulo, ángulos complementarios, base, cara, cilindro, circunferencia, cuadrilátero, cuerda, diámetro, figura compuesta, lateral, perímetro, polígono, prisma, proporción, radio, red, secante, sector, segmento, tangente, triángulo equilátero, triángulo isósceles, triángulo rectángulo, volumen.



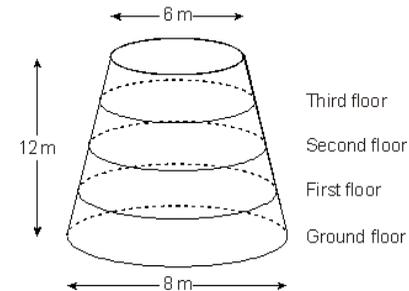
Unidad 9.5: Resolver problemas de área, perímetro y volumen
Matemáticas
4 semanas de instrucción

- Tarea:
 1. Eres un artista al que le han pedido que cree un collage de la "Geometría en la vida real". Tienes que construir un collage con ejemplos del mundo real de los conceptos geométricos de medición, polígonos y círculos.
 2. Usa únicamente imágenes de revistas o del Internet.
 3. Incluye un ejemplo del mundo real por cada palabra de vocabulario de la lista.
 4. Identifica cada ejemplo para que los que admiren tu trabajo entiendan qué es lo que les estás mostrando.
 5. En un trabajo escrito haz una descripción de todos tus ejemplos explicando a qué palabra de vocabulario corresponden y por qué razón.
 6. Completa una rúbrica para ver cuán bien demostraste tu comprensión de nuestros conceptos geométricos.
 7. Durante el paseo por la galería, haz críticas positivas y constructivas a tus compañeros.
- Recuerda, se trata de una obra de arte para exponer. Asegúrate de que se vea presentable y clara y sea agradable a la vista. El maestro evaluará el trabajo de los estudiantes usando la rúbrica de tarea de desempeño (ver anejo: "Organizador– Rúbrica de tarea de desempeño").

Testigo experto

- En esta actividad se vende un viejo molino de viento. Este es el anuncio- **OPORTUNIDAD PARA DESARROLLAR. SE VENDE UN VIEJO MOLINO DE VIENTO. Más de 150 metros cuadrados de espacio. El Molino tiene 12 metros de alto y tiene cuatro pisos divididos igualmente.** El diámetro del piso es de 8 metros y el diámetro del techo es de 6 metros.

OPORTUNIDAD PARA DESARROLLAR.
SE VENDE UN VIEJO MOLINO DE VIENTO.
Más de 150 metros cuadrados de espacio





Unidad 9.5: Resolver problemas de área, perímetro y volumen
Matemáticas
4 semanas de instrucción

- Algunos han declarado que el anuncio es falso y han llevado al dueño del molino a corte argumentando que el anuncio representa de manera imprecisa el espacio del molino. A ti te han traído como un testigo experto. Escribe tus hallazgos para la corte. ¿Es el anuncio preciso/exacto?



Unidad 9.5: Resolver problemas de área, perímetro y volumen

Matemáticas

4 semanas de instrucción

Actividades de aprendizaje sugeridas

Organizador gráfico de fórmula plegable

- Dobra y pliega un pedazo de papel por la mitad (perro calientes). Dobra ligeramente el resto de la mitad del papel en seis rectángulos iguales. En la parte superior del papel, corta un poco los pliegues. Pon una fórmula en cada rectángulo. Cuando voltees el nombre de la fórmula, en un lado escribe la fórmula con una representación gráfica y en el otro lado ofrece un argumento para justificar la fórmula. Los estudiantes pueden tener una fórmula para el área de la superficie y una para volumen.

Cavalieri: El volumen de una esfera

- Para esta actividad los estudiantes necesitan una computadora o una copia impresa de la lectura sobre Cavalieri.
- Inicio de sesión: <http://www.matematicasvisuales.com/html/geometria/espacio/eves.html>
- Lee la información histórica sobre Cavalieri. Usa las diapositivas interactivas y sigue las instrucciones para responder lo siguiente:
 - Por cada altitud h , el área del disco es:
 - El área de una corona circular es:
 - Al usar el volumen de un cilindro y un cono, ¿Cuál es el volumen del hemisferio?
 - Utilizando las respuestas anteriores, responde ¿Cuál es el volumen de una esfera con un radio r ?

Doblando Cavalieri

- Los estudiantes crearán un manipulador al doblar tres pirámides en un cubo. (Para apoyar esta actividad de aprendizaje ver: <http://meangreenmath.com/tag/cavalieris-principle/>). Al usar un manipulador simple y plegable (disponible en: www.korthalsaltes.com/pdf/three_pyramids_in_one_cube.pdf) los estudiantes pueden ver que $V = 1/3Bh$ para una pirámide — llamada una yangma — con una base cuadrada y una altura igual a la longitud de la base. El aumentar la yangma no cambiará la proporción del volumen de la pirámide al volumen del prisma.
- El principio de Cavalieri muestra entonces que $V = 1/3Bh$ para cualquier pirámide cuadrada.
 - El principio de Cavalieri muestra entonces que $V = 1/3Bh$ por cualquier pirámide con una base no-cuadrada o un cono con una base circular.
 - El principio de Cavalieri – Comparar una esfera a un cilindro removiendo la región cónica – puede ser usada para mostrar el volumen de una esfera es $V = 1/3Bh$.



Unidad 9.5: Resolver problemas de área, perímetro y volumen

Matemáticas

4 semanas de instrucción

Ejemplos para planes de lección

Símil de ángulos

- Los estudiantes escribirán un símil (una comparación) creativo sobre las relaciones angulares que les ayude a recordar el término y sus propiedades. Dale las siguientes instrucciones a los estudiantes:
 1. Elige una palabra de vocabulario que tenga que ver con las relaciones angulares o pares de ángulos; entonces, escribe un símil creativo que te ayude a recordar el término y sus propiedades.
 2. El maestro debe aprobar la palabra primero.
 3. Luego, escribe tu símil en un pequeño afiche e incluye un diagrama que lo ilustre. Pondremos todos los afiches en las paredes del salón y haremos referencia a estos durante la unidad, así que asegúrate de que se vea presentable, sea claro y colorido.
 4. Cada estudiante presentará su afiche a la clase y explicará su símil y cómo le ayuda a recordar lo que aprendió sobre ese término.
 5. Pídeles a los estudiantes que se autoevalúen en base a una rúbrica. (Para obtener una rúbrica, dirigirse a <http://jfmuller.faculty.noctrl.edu/toolbox/examples/kleckauskas08/angle%20simile.pdf>.) Las observaciones y sugerencias del maestro y compañeros pueden también hacerse en notitas adheribles.

Examinar el volumen usando el principio de Cavalieri

- Divide la clase en cinco grupos. Crea cinco estaciones con objetos congruentes que pueden ser amontonados en forma de un cilindro o un prisma. (Ejemplo: monedas, papel, “sticky notes”, un “slinky”, “Legos”, libros, etc.)
 1. Haz que los grupos creen conjeturas que tengan que ver con la relación entre el volumen de un prisma/cilindro recto y el volumen correspondiente de un prisma/cilindro oblicuo.
 2. Asigna a cada grupo una estación inicial. Al usar los manipuladores en cada estación, el grupo necesita tomar las medidas necesarias para calcular el volumen de los objetos amontonados como una figura recta y como una figura oblicua.
 3. Rota los grupos cada 5-7 minutos. Va alrededor de la clase y monitorea el progreso de los estudiantes.
 4. Al final de la rotación deles 15-20 minutos a los grupos para que recojan sus resultados. Los grupos necesitan validar o encontrar contraejemplos para la conjetura que han creado antes de comenzar la rotación de estaciones.
 5. Pídale a los grupos que entreguen sus argumentos antes de tener la discusión de la clase sobre los resultados de las visitas a las estaciones.

Preguntas para discutir en clase

1. La torre de Pisa es quizás el ejemplo más famoso del mundo de un cilindro oblicuo. ¿Qué medidas necesitarías para poder calcular el volumen? ¿Qué instrumentos utilizarías para recoger esas medidas? ¿Cambiaría el volumen si la torre de Pisa se tuviera que enderezarse de manera que forme un ángulo recto con el suelo?
2. Usando toda la información que hemos recopilado el día de hoy ¿Cuál es la conclusión descrita en el principio de Cavalieri? (Fuente: HCPSS Secondary Mathematics Office (v2); adapted from: *Leinwand, S. (2009). Accessible mathematics: 10 instructional shifts that raise student achievement. Portsmouth, NH: Heinemann.*)



Unidad 9.5: Resolver problemas de área, perímetro y volumen
Matemáticas
4 semanas de instrucción

El volumen de las pirámides

- En esta actividad los estudiantes trabajarán en equipos para expandir el conocimiento sobre el área de un cubo para calcular el volumen de una pirámide.
- 1. a. Mide el borde de un cubo de plástico en pulgadas. ¿Qué encontraste?
b. ¿Qué tipo de figura geométrica es la parte inferior de un cubo? ¿Cuáles son sus dimensiones? ¿Cuál es el área de la base?
c. ¿Cuál es la altura del cubo? ¿Cuál es el volumen del cubo?
d. ¿Cuál es el área de la superficie de este cubo?
- 2. a. Generaliza sus resultados en #1 a aplicar a cada cubo, da la longitud de un lado como s . ¿Cuáles son las dimensiones de la base? ¿Cuál es el área de la base?
b. ¿Qué es la fórmula general para el volumen del cubo con la longitud de un lado, s , en términos de solamente s ?
c. Busca una fórmula general del área de la superficie de un cubo con la longitud de un lado, s , en términos de solamente s , y explica en frases porque su fórmula esta valido.
- 3. a. Usa la pirámide recta y los modelos de cubos. Las alturas de ambos son los mismos. Busca la altura de las pirámides usando la altura del cubo. ¿Qué es la altura de la pirámide plástica en pulgadas?
b. Describe una estrategia en frases a encontrar el área de superficie de la pirámide.
c. Encuentra la altura de cada triangulo en la pirámide recta. ¿Qué es? ¿Es la misma altura de la pirámide?
d. ¿Qué es la fórmula general para el área de un triángulo? ¿Qué es la fórmula general para el área de un cuadrado con lados de s unidades? ¿Qué es el área de superficie de esa pirámide cuadrada?
e. ¿Que fórmula general se puede usar para encontrar el área de superficie de un pirámide recto con lado s como la longitud de un lado del base, s como la altura del pirámide, y k como la altura de un lado triangular del pirámide? Explica en frases porque es válido.
- 4. a. En ese problema, vamos a entender como el volumen de la pirámide recta esta relacionado al volumen del cubo. Remueve las partes superiores y pone la pirámide en el cubo. Haz una conjetura sobre la relación del volumen de la pirámide y el volumen del cubo. ¿Cuántas pirámides crees que necesita a tomar el cubo?
b. Llena la pirámide con agua a la primera línea, y derrama en el cubo. ¿Cuánto veces necesitan derrama a tomar hasta la primera línea?
c. Usando ese información, escribe una fórmula general para el volumen de una pirámide recta con la longitud lado s como la longitud de un lado del base y altura s . Explica porque la fórmula es válida. ,
d. Usa su fórmula a computar el volumen de la pirámide plástica que usaste en sus experimentos.
e. Toma apuntes en que hicieras si la altura de la pirámide recta fue h (diferente de s) y pone los en un cubo con un base recto de lado s y altura h .